

## $\Gamma$ -valley에서 산란의 종류에 따른 전자의 홀 인수

### Hall Factor of Electrons in $\Gamma$ -valley due to Various Scatterings

서현교, 박일수, 전상국

(Hun Kyo Seo, Il Soo Park, and Sang Kook Chun)

#### Abstract

Hall factor of electrons in  $\Gamma$ -valley is calculated as functions of temperature, impurity concentration, and nonparabolicity of conduction valleys by taking into account the current density obtained from the Boltzmann transport equation. The dependence of the Hall factor on the temperature is clearly shown in the case of the optical phonon scattering and that on the impurity concentration is obvious in the case of the ionized impurity scattering. As the nonparabolicity of the conduction band increases, the Hall factor due to the acoustic or optic phonon scattering increases, whereas that due to the ionized impurity scattering decreases. The change of the Hall factor can be analysed in terms of the dispersion of relaxation time.

**Key Words** : Hall factor, Hall mobility, Drift mobility, Relaxation time, Nonparabolicity

#### 1. 서론

반도체를 이용하여 소자를 개발하기 위해서는 그 이동특성을 아는 것이 필수조건이다. 이동특성을 가능하는 대표적인 변수로는 이동도가 있다. 이동도를 구하기 위한 실험으로 홀 측정법(Hall measurement)이 있으며, 이 때의 이동도를 홀 이동도(Hall mobility)라 한다. 하지만 홀 이동도는 모든 전자들의 움직임을 나타내는 표류이동도(drift mobility)와는 다르다. 두 이동도 사이에 존재하는 차이를 표류이동도에 대한 홀 이동도의 비인 홀 인수(Hall factor)로 나타낸다. 홀 인수를 이론적으로 계산할 수 있다면, 실험으로 얻은 홀 이동도로부터 표류이동도를 얻어낼 수 있다[1].

지금까지 이론적으로 계산한 바에 따르면, 산란율이  $\epsilon^{1/2}$ 에 비례하는 phonon 산란에서 홀 인수는 1.17이 되며 산란율이  $\epsilon^{-3/2}$ 에 비례하는 ionized impurity 산란에서 홀 인수는 1.93이다[2]. 하지만 산란율의 에너지 의존도는 산란의 종류에 따라 일정한 것이 아니다. 특정 산란에서 산란율은 온도와 불순물 농도에 따라서도 변한다. 또한 에너지띠 구조에 따라 다를 수 있다. 따라서 지금까지 연구된 앞선 결과로는 실험적으로 측정된 홀 이동도로부터 표류이동도를 원만히 추정할 수 없다.

본 논문에서는 볼츠만 수송방정식에 완화시간 어림법(relaxation time approximation)을 이용하여 전계와 자계하에서 발생하는 전류밀도를 얻었다. 이로부터 전도띠 중  $\Gamma$ -valley에 전자가 주로 있는 반도체에서 홀 이동도와 표류이동도의 비인 홀 인수를 계산하였다. 온도와 불순물 농도의 변화에 따른 홀 인수 변화를 산란의 종류마다 계산하였으며 전도띠의 비포물성(nonparabolicity)에 따른 변화도 고려하였다.

인하대학교 전자전기컴퓨터공학부  
(인천광역시 남구 용현동 253,  
Tel : 032-860-7432, Fax : 032-875-5882  
E-mail : ilsoo@orgio.net)  
2002년 2월 22일 접수, 2002년 3월 25일 1차 심사완료,  
2002년 4월 30일 최종 심사완료.

## 2. 본 론

이동도나 전도도는 물질의 전기적 특성을 나타내는 대표적인 변수들로서 아래와 같은 전류밀도의 정의로부터 얻을 수 있다.

$$\vec{J} \equiv -q \int \vec{v} f(\epsilon) g(\epsilon) d\epsilon \quad (1)$$

$q$ 는 전하량이며,  $\epsilon$ 는 에너지를 나타내며,  $\vec{v}$ 는 무리속도(group velocity)를 나타낸다.  $f(\epsilon)$ 는 비평형상태에서의 분포함수로서 볼츠만 수송방정식으로부터 얻을 수 있다.  $f(\epsilon)$ 가 에너지의 함수로 표현된 이유는 산란현상의 종류에 따라 달라지는 완화시간이 에너지의 함수이기 때문이다.  $g(\epsilon)$ 는 상태밀도(density-of-states)를 나타낸다.

식 (1)을 이용하여 이론적으로 계산한 이동도와 홀 측정용 하여 얻는 값과 비교하기 위해서 홀 실험과 똑같은 상황을 설정하는 것이 필요하다.  $\hat{i}$ -방향을 전계방향으로 정하고,  $\hat{k}$ -방향을 자기장의 방향으로 정하면,  $\hat{j}$ -방향은 로렌츠힘이 작용하는 방향이 된다. 이 때, 평면방향에서의 전류밀도는 아래와 같이 표현될 수 있다[3].

$$J_i = \sigma_{ii} E_i + \sigma_{ij} E_j \quad (2-a)$$

$$J_j = \sigma_{ij} E_j + \sigma_{ji} E_i \quad (2-b)$$

$E_i$ 는 외부에서 가해지는 전계이고,  $E_j$ 는 자계에 의해 형성되는 전계를 나타낸다.  $\Gamma$  지점에 있는 전도띠처럼 일정에너지표면(constant energy surface)이 등방성을 띠는 경우, 식 (2)에서 보여주는 각각의 전도도는 아래와 같이 표현된다[3].

$$\sigma_{ii} = -\sum_I \int q^2 \tau_I \frac{\partial f_o}{\partial \epsilon} (v_i^I)^2 g_I(\epsilon) d\epsilon \quad (3-a)$$

$$\sigma_{ij} = -\sum_I \int q^3 \tau_I^2 \frac{\partial f_o}{\partial \epsilon} \{ -(v_i^I)^2 w_{ij}^I \} \times g_I(\epsilon) d\epsilon B_k \quad (3-b)$$

$$\sigma_{ii} = -\sum_I \int q^3 \tau_I^2 \frac{\partial f_o}{\partial \epsilon} \{ (v_i^I)^2 w_{ii}^I \} \times g_I(\epsilon) d\epsilon B_k \quad (3-c)$$

$$\sigma_{ij} = -\sum_I \int q^2 \tau_I \frac{\partial f_o}{\partial \epsilon} (v_j^I)^2 g_I(\epsilon) d\epsilon \quad (3-d)$$

$B_k$ 는  $\hat{k}$ -방향의 자계이고,  $f_o$ 는 평형상태의 페르미-디랙 분포를 나타낸다.  $\tau_I, v^I, w_{ij}^I, g_I(\epsilon)$ 는  $l$  번째 전도띠에서의 완화시간, 무리속도, 역수 질량 텐서(inverse mass tensor), 그리고 상태밀도를 의미한다. 온도가 높거나 불순물의 농도가 높을 경우, 전자는 높은 에너지를 가질 확률이 높아지므로 전도띠의 비포물성이 중요시된다[4,5]. 전도띠의 비포물성은 상태밀도를 통하여 아래와 같이 고려할 수 있다.

$$g_I(\epsilon) d\epsilon = \frac{8\sqrt{2} \pi m_I^{*1.5}}{h^3} (\epsilon + \alpha_{np}^I \epsilon^2)^{1/2} \times (1 + 2\alpha_{np}^I \epsilon) d\epsilon \quad (4)$$

$\alpha_{np}^I$ 과  $m_I^*$ 은  $l$  번째 전도띠에서의 비포물성과 유효질량(effective mass)을 나타낸다.

식 (3)의 전도도를 이용하면, 모든 전자들의 움직임을 고려한 실제 이동도인 표류이동도와 홀 측정실험을 통하여 얻는 홀 이동도를 계산할 수 있다. 표류이동도는 전계가 가해지는 방향의 전도도를 총 전하량으로 나누면 되지만, 홀 이동도는  $\mu_H = E_j/E_i B_k$ 의 관계로부터 얻어질 수 있으며, 그 표현식은 아래와 같다[3].

$$\mu_d = -\frac{\sigma_{ii}}{qn} \quad (5-a)$$

$$\mu_H = -\frac{\sigma_{ij} B_k^{-1}}{\sigma_{ji}} \quad (5-b)$$

홀 이동도와 표류이동도의 비인 홀 인수는 아래와 같이 정의된다.

표 1. 각 산란율의 표현식.

Table 1. The equations of each scattering rate.

산란율	포물형 에너지띠	비포물형 에너지띠
$\tau_{AP}^{-1} = C_{AP} \sum_{\mathbf{l}} g_{\mathbf{l}}(\epsilon)$	$\tau_{AP}^{-1} \sim \epsilon^{1/2}$	$\tau_{AP}^{-1} \sim \epsilon^{1/2+\delta}$
$\tau_{OP}^{-1} = C_{OP} \sum_{\mathbf{l}} [(N_q+1) g_{\mathbf{l}}(\epsilon - \hbar \omega_q) + N_q g_{\mathbf{l}}(\epsilon + \hbar \omega_q)]$	$\tau_{OP}^{-1} \sim \epsilon^{\Delta_1}$	$\tau_{OP}^{-1} \sim \epsilon^{\Delta_1+\delta}$
$\tau_{IO}^{-1} = C_{IO} \sum_{\mathbf{l}} \frac{1}{B^2} \left[ \ln \left( \frac{A+B}{A-B} \right) - \frac{2B}{A+B} \right] g_{\mathbf{l}}(\epsilon)$	$\tau_{IO}^{-1} \sim \epsilon^{-3/2+\Delta_2}$	$\tau_{IO}^{-1} \sim \epsilon^{-3/2+\Delta_2+\delta}$

$N_q$  : Bose-Einstein distribution,  $\hbar \omega_q$  : phonon energy

$A = 2k_l^2 + R^{-2}$ ,  $B = 2k_l^2$ ,  $R$  : screening distance,  $k_l$  : wave vector

$$\gamma_H = \frac{\mu_H}{\mu_d} \quad (6)$$

식 (6)에서 홀 이동도와 표류이동도가 같을 때는 완화시간이 에너지에 의존하지 않을 때이다. 실제로, 주요 산란현상에 의해 결정되는 완화시간은 에너지의 함수이므로, 두 이동도는 같다고 볼 수 없다. 따라서 각 산란현상마다 다른 완화시간의 에너지 의존도와 에너지 의존도에 따른 홀 인수를 분석할 필요가 있다.

산란 현상에 따른 산란율( $\tau^{-1}$ )은 표 1에 요약되어 있다[6-8]. 에너지에 의존하지 않는 매개변수들은 홀 인수에 변화를 주지 않으므로 에너지와 상관없는 변수들을 상수  $C$ 로 간략히 표현하였다. Acoustic phonon(AP)에 의한 산란율의 경우, 에너지에 의존하는 항은  $g_{\mathbf{l}}(\epsilon)$  뿐이다. 에너지띠의 비포물성을 고려하지 않는다면,  $g_{\mathbf{l}}(\epsilon)$ 는  $\epsilon^{1/2}$ 에 비례하므로  $\tau_{AP}^{-1} \sim \epsilon^{1/2}$ 라고 볼 수 있다. Optical phonon(OP)에 의한 산란율의 경우, 산란율의 첫 항은 포논(phonon)방출을 대변하고 둘째 항은 포논흡수를 나타낸다. 두 항 모두  $g_{\mathbf{l}}$ 의 함수이지만 포논의 방출 또는 흡수에 따른 에너지의 변이가 수반되므로  $g_{\mathbf{l}}$ 에 직접적으로 비례하지는 않는다.  $\tau_{OP}^{-1} \sim \epsilon^{\Delta_1}$ 라고 할 때,  $\Delta_1$ 은 방출항과 흡수항에

서 포논 에너지와 전자들의 에너지의 상대적 중요도에 따라 달라지게 된다. Ionized impurity(IO)에 의한 산란율의 경우, 에너지에 의존하는 매개변수는  $A$ ,  $B$ , 그리고  $g_{\mathbf{l}}(\epsilon)$ 이다.  $1/B^2$ 은  $\epsilon^{-2}$ 에 비례하며  $g_{\mathbf{l}}(\epsilon)$ 은  $\epsilon^{1/2}$ 에 비례한다. 이 때, 대괄호안의 식의 에너지에 대한 의존도는 온도와 불순물 농도에 따라 달라진다. 이 부분이  $\epsilon^{\Delta_2}$ 에 비례한다고 보면,  $\tau_{IO}^{-1} \sim \epsilon^{-3/2+\Delta_2}$ 라고 볼 수 있다.

표 1에서 전도띠의 비포물성의 고려하면 산란율  $\tau^{-1}$ 의 에너지 의존도는 달라진다. 전도띠가 포물성이라면,  $g_{\mathbf{l}}(\epsilon)$ 는 단순히  $\epsilon^{1/2}$ 에 비례하지만, 에너지가 커질수록 포물성에서 벗어나는 비포물성을 고려한다면,  $g_{\mathbf{l}}(\epsilon)$ 는  $\epsilon^{1/2+\delta}$ 에 비례한다고 보아야 한다. 따라서 전도띠의 비포물성을 고려할 때,  $\tau_{AP}^{-1} \sim \epsilon^{1/2+\delta}$ 이며,  $\tau_{OP}^{-1} \sim \epsilon^{\Delta_1+\delta}$ 이며,  $\tau_{IO}^{-1} \sim \epsilon^{-3/2+\Delta_2+\delta}$ 라고 볼 수 있다. 이와 같이, 표 1에서 언급한 각 산란율의 에너지에 대한 표현식은  $\tau^{-1} \sim \epsilon^s$ 로 대표할 수 있다.

### 3. 결과 및 고찰

그림 1은 포물선형태의 전도띠가 구형의 일정한 에너지표면을 가질 때, 산란율( $\tau^{-1} \sim \epsilon^s$ )의 형태에

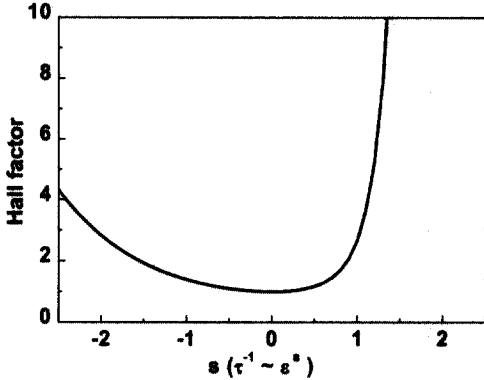


그림 1. 산란율에 의존하는 홀 인수.

Fig. 1. Dependence of the Hall factor on the scattering rate.

다른 홀 인수의 값을 보여준다.  $s$  값에 따른 홀 인수의 변화를 설명하기 위하여 홀 인수를 분산을 이용하여 아래와 간략히 표현할 필요가 있다[9].

$$\begin{aligned} \gamma_H &= \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2} = 1 + \frac{\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2}{\langle \tau \rangle^2} \\ &= 1 + \frac{\langle S^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2} \end{aligned} \quad (7)$$

$S$ 는 각 입자들이 완화시간에 대하여 퍼진 정도를 나타내는 분산을 의미한다.

$s$ 가 0인 경우, 완화시간은 에너지와는 무관하게 되어 모든 전자는 일정한 산란율을 가지게 된다. 따라서 완화시간에 대한 분산은 존재하지 않으므로, 홀 인수는 1의 값을 가진다. 반면,  $s$ 가 0이 아닌 경우, 완화시간의 분산이 존재하며, 홀 인수는 1보다 커진다. 특히 주목할만한 사실은  $s$ 가 음의 지역보다 양의 지역에서 홀 인수가 더욱 급격히 증가하는 것이다. 그 이유는 다음과 같이 설명될 수 있다. 확률분포함수에 따르면, 대부분의 전자들은 전도띠의 낮은 에너지 영역에 위치한다.  $s$ 의 절댓값 크기가 같은 두 지역을 비교할 때, 낮은 에너지 영역에서 완화시간  $\tau \sim \epsilon^{-s}$ 는  $s$ 가 음인 경우보다 양인 경우에 변화폭이 크다. 완화시간의 변화폭이 크다는 것은 완화시간의 분산이 크다는 것을 의미하므로, 양의 지역에서 홀 인수가 더 급격

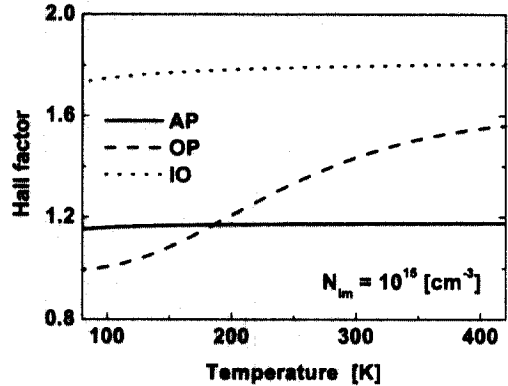


그림 2. 온도 변화에 따른 홀 인수.

Fig. 2. Hall factor as a function of the temperature.

히 증가한다.

그림 2는 포물선 형태의 전도띠에서 홀 인수의 온도에 따른 변화를 보여준다. 불순물 농도에 따른 영향을 가능한 줄이기 위하여 불순물의 농도를  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 로 하였다. AP 산란만을 고려하였을 경우,  $s=0.5$ 로서 온도에 따라 거의 변하지 않는다. 그 결과, 약 100 켈빈 이상의 온도에서 홀 인수는 1.17의 일정한 값을 갖는다. OP 산란만을 고려했을 경우, 온도의 증가에 따라 홀 인수도 증가한다. 우선, 50 켈빈 이하의 온도 영역에서는 대부분의 전자는 낮은 에너지에 위치한다. 이 경우, 포논 에너지는 전자들의 에너지에 비해 매우 크므로 산란율  $\tau_{OP}^{-1} \sim g_l(\epsilon \pm \hbar \omega)$ 는 에너지와 거의 상관없다고 볼 수 있다. 따라서  $s$ 는 0에 근접한 값이 되며 홀 인수가 1에 근접하게 된다. 온도가 증가하면 높은 에너지를 갖는 전자의 수도 증가하므로 산란율의 에너지 의존도는 커진다. 즉, 온도가 증가함에 따라  $s$ 가 커지므로 홀 인수도 증가한다. 온도가 더욱 증가하여 전자들의 에너지에 비해 포논 에너지가 무시할 정도로 작게 된다면 산란율은 방출향과 흡수향에 있는 상태밀도의 단순 증첩된 값에 비례한다고 볼 수 있다. 이 때,  $s$ 는 온도의 증가에 상관없이 포화된 값을 갖게 된다. 그림 1의 결과와 비교하여 볼 때, 400 켈빈 이상에서 포화된 홀 인수가 1.6정도 되는 경우는  $s$ 가 0.7 정도될 때이다.  $s$ 가 0.5보다 크게 된 이유는 에너지 의존도가 다른 상태함수가 증첩되었기 때문이다. 즉, 방출향과

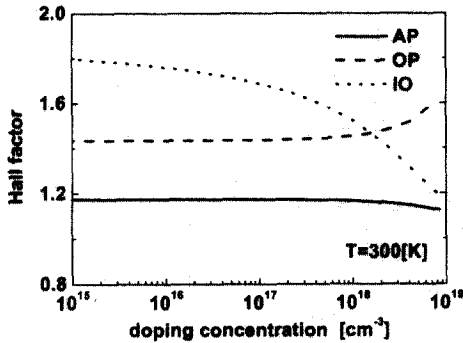


그림 3. 불순물 농도 변화에 따른 홀 인수.

Fig. 3. Hall factor as a function of the doping concentration.

흡수항의 증첩된 상황을 대변하는  $\Delta_1$ 은 온도에 따라 0.0과 0.7사이에서 변한다고 볼 수 있다. IO 산란의 경우, 홀 인수는 온도에 따라 거의 변화가 없다. 지나치게 낮은 온도 영역을 제외하면, 가리기길이(screening distance)  $R$ 은 거의 변화가 없으므로, 이로 인한 영향을 대변하는  $\Delta_2$ 도 변화가 없게 된다.

그림 3은 전도띠가 포물선 형태이며, 일정에너지 표면이 구형일 때, 300 켈빈 온도에서 AP, OP, 그리고 IO 산란만을 각각 고려했을 경우의 홀 인수를 불순물 농도( $N_{im}$ )의 함수로 보여준다. AP 산란의 경우, 전 불순물 영역에서 홀 인수는 거의 일정하다. 표 1에서 보듯이, AP에 의한 산란율은 불순물 농도와는 전혀 상관없기에 홀 인수의 변화는 거의 없다. OP 산란의 경우,  $N_{im} < 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  영역에서 홀 인수는 AP 산란의 경우와 마찬가지로 불순물 농도에 따라 거의 변하지 않지만  $N_{im} > 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  영역에서 홀 인수는 증가한다. 불순물 농도가 높아지면, 페르미준위가 높아지면서 전자는 높은 에너지를 가질 확률이 높아진다. 높은 에너지를 갖는 전자의 수가 증가하면, 산란율의 에너지 의존도는 커지게 되어  $s$ 의 증가와 더불어 홀 인수의 증가를 초래한다. 즉, 불순물 농도의 증가는 온도의 증가와 유사한 효과를 발생시켜 홀 인수의 증가를 초래한다. 한편, IO 산란만을 고려했을 경우,  $N_{im}$ 가 증가하는 가리기길이  $R$ 의 증가를

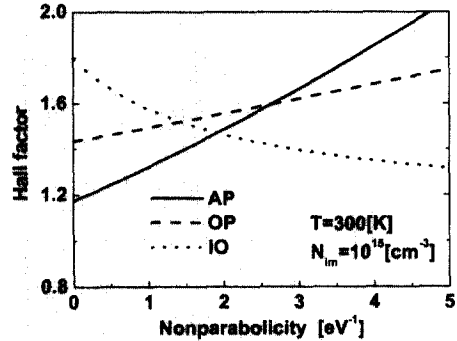


그림 4. 비포물성 변화에 따른 홀 인수.

Fig. 4. Hall factor as a function of the nonparabolicity.

초래한다. 그 결과, 표 1의 IO 산란율에서  $A$ 와  $B$ 는 근접하게 되므로 대괄호 안의 값의 에너지 의존도는 증가한다. 따라서 불순물 농도가 증가함에 따라 대괄호 안의 식의 에너지 의존도를 대변하는  $\Delta_2$ 도 증가하게 된다.  $\tau_{IO}^{-1} \sim \epsilon^{-3/2+\Delta_2}$ 에서  $s$ 는 음의 영역이므로  $\Delta_2$ 의 증가는 오히려 홀 인수를 감소하게 한다.

그림 4는 전도띠가 구형의 일정에너지표면을 가지며, 온도는 300 켈빈이고,  $N_{im} = 10^{19} / \text{cm}^3$  일 때, AP, OP, 그리고 IO 산란을 각각 고려했을 경우의 홀 인수를 전도띠의 비포물성의 함수로 보여준다. 앞서 설명하였듯이, 전도띠의 비포물성이 증가되면, 상태밀도  $g_l(\epsilon)$ 는  $\epsilon^{1/2+\delta}$ 에 비례하게 된다. 따라서 전도띠의 비포물성의 증가는  $\tau^{-1} \sim \epsilon^s$  함수에서  $s$ 를 증가시키는 결과를 초래한다. 그림 1의 결과를 볼 때,  $s$ 가 양인 지역에서  $s$ 의 증가는 홀 인수의 증가를 초래하지만,  $s$ 가 음인 지역에서  $s$ 의 증가는 오히려 홀 인수의 감소를 유발한다. AP 산란에 의한 산란율은  $\tau_{AP}^{-1} \sim \epsilon^{1/2+\delta}$ 이며, OP 산란에 의한 산란율은  $\tau_{OP}^{-1} \sim \epsilon^{\Delta_1+\delta}$ 이다. 두 경우 모두  $s$ 는 양의 지역이므로 비포물성의 증가에 따른 홀 인수는 증가한다. 반면, IO 산란에 의한 산란율은  $\tau_{IO}^{-1} \sim \epsilon^{-3/2+\Delta_2+\delta}$ 이므로,  $s$ 는 음의 지역이다. 따라서 전도띠의 비포물성이 증가되면서

완화시간의 분산이 오히려 감소되어 홀 인수가 감소된다.

#### 4. 결론

완화시간 어림셈을 이용한 볼츠만 수송방정식과 전류밀도식을 이용하여 홀 이동도와 표류이동도를 구하였으며, 두 이동도의 비인 홀 인수를 계산하였다. 각 각의 산란에 대해 홀 인수를 계산하였기에 산란현상에 따른 홀 인수의 변화를 이해할 수 있다는 장점이 있는 반면 특정 산란이 주가 되는 경우에 응용할 수 있다는 제약이 따른다. 온도, 불순물 농도, 그리고  $\Gamma$ -valley의 비포물성에 의존하는 홀 인수로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 산란율( $\tau^{-1} \sim \epsilon^s$ ) 형태로부터 홀 인수의 값을 추정할 수 있다. 이 때, 산란율의 형태는 주요산란현상에 따라 달라지며, 온도와 불순물 농도에 의해서도 달라진다.
2. AP와 IO 산란에 의한 홀 인수는 온도에 따라 거의 변하지 않는다. OP 산란의 경우, 온도가 증가함에 따라  $s$ 는 0.0에서 0.7정도까지 증가하며 결국엔 포화된다.
3. 불순물 농도에 따라 AP 및 OP 산란의 홀 인수는 거의 변하지 않는다. 다만, OP 산란의 경우,  $N_{im} > 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  영역에서 높은 에너지를 갖는 전자의 수가 증가함에 따라 산란율의 에너지 의존도가 커지게 되어  $s$ 의 증가와 더불어 홀 인수의 증가를 초래한다. IO 산란의 경우, 불순물 농도의 증가는 가리기길이의 크기를 증가시켜 홀 인수의 감소를 초래한다.
4. 전도띠의 비포물성은 산란율의 에너지 의존도 양의 방향으로 이동시킨다. 그 결과, AP와 OP 산란에 의한 홀 인수는 증가되지만, IO 산란에 의한 홀 인수는 감소된다.

#### 감사의 글

본 논문은 2001학년도 인하대학교의 지원에 의하여 연구되었습니다.(INHA-22015)

#### 참고 문헌

- [1] T. K. Carns, S. K. Chun, M. O. Tanner, and K. L. Wang, "Hole mobility measurements in heavily doped  $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$  strained layers", IEEE Trans. Elec. Dev., Vol. 41, No. 7, p. 1273, 1994.
- [2] Lundstrom and Mark, "Fundamentals of Carrier Transport (Volume X)", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., p. 119, 1990.
- [3] Y. Fu, K. B. Joelsson, K. J. Grahn, W.-X Ni, G. V. Hansson, and M. Willander, "Hall factor in strained p-type doped  $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$  alloy", Phys. Rev. B, Vol. 54, No. 16, p. 11317, 1996.
- [4] D. F. Nelson, R. C. Miller, and D. A. Kleinman, "Band nonparabolicity effects in semiconductor quantum wells", Phys. Rev. B, Vol. 35, No. 14, p. 7770, 1987.
- [5] Y. Fu, K. J. Grahn, and M. Willander, "Valence band structure of  $\text{Ge}_x\text{Si}_{1-x}$  for hole transport calculation", IEEE Trans. Elec. Dev., Vol. 41, p. 26, 1994.
- [6] B. K. Ridley, "Quantum Processes in Semiconductors", Clarendon Press, Oxford, p. 82, 1993.
- [7] D. M. Brown and R. Bray, "Analysis of lattice and ionized impurity scattering in p-type germanium", Phys. Rev., Vol. 173, No. 5, p. 1593, 1962.
- [8] R. A. Logan and A. J. Peters, "Impurity upon mobility in silicon", J. Appl. Phys., Vol. 30, No. 1, p. 122, 1960.
- [9] J. P. Mckelvey, "Solid State and Semiconductor Physics", Harper & Row, New York, Evanston & London and John Weatherhill, Inc., Tokyo., p. 289, 1966.