

간접천이대를 갖는 2차원 소자에서 성장방향에 따른 Hall 인수의 이방성 연구

김종구¹, 이재철¹, 전상국^{1,a}

¹ 인하대학교 전자공학과

Anisotropy of the Hall Factor According to the Growth Direction in the Two-dimensional Device with Indirect Conduction Valley

Jong Gu Kim¹, Jae Chul Lee¹, and Sang Kook Chun^{1,a}

¹ Department of Electronic Engineering, Inha University, Incheon 402-751, Korea

(Received April 14, 2014; Revised May 20 2014; Accepted June 10, 2014)

Abstract: The Hall factor in a two-dimensional device with indirect conduction valleys is calculated for several growth on various strain conditions. In the [001] or [111] growth direction, the two-dimensional constant energy surfaces of occupied valleys are shown to be isotropically distributed. However, in the [110] growth direction, the distribution of occupied valleys on the plane is not isotropic. This fact is the reason for the anisotropic Hall factor on the sample plane.

Keywords: Indirect conduction valley, Hall factor, Anisotropy

1. 서론

2차원 구조의 소자는 밴드 공학을 통해 물리적 특성을 용이하게 향상시킬 수 있기에 많은 관심을 받고 있다. 이종접합구조에서 불순물을 선택적으로 넣음으로써 전자의 이동통로를 불순물로부터 멀리 떨어지게 하여 불순물산란을 크게 저하시킬 수 있다 [1]. 더구나 Si/SiGe 이종접합구조는 기존의 Si technology를 이용할 수 있어 소자 제작이 용이하다. Si/SiGe 이종접합구조는 간접천이대를 갖으며 성장방향과 응력조

건에 따라 점유되는 밸리가 결정된다. 이 경우, 평면 방향으로 전자의 작은 무게를 선택할 수 있어 이동도가 향상을 꾀할 수 있다 [2,3].

소자의 전기적 특성은 이동도를 통해 파악할 수 있다. 하지만 Hall 실험을 통해 얻어진 Hall 이동도는 자기장이 없는 상황에서의 움직임인 drift 이동도와 다르다. Hall 이동도와 drift 이동도의 비인 홀 인수 (Hall factor)의 계산 값을 알고 있다면, Hall 실험으로 측정된 값에서 drift 이동도를 추정할 수 있기에 이에 대한 자세한 연구가 필요하다.

간접천이대를 갖는 반도체에서 여러 성장방향과 다양한 응력 조건 하에서 홀 인수가 계산된 적이 있다 [4,5]. 앞선 논문에서는 밸리들의 타원형 일정에너지 표면 (constant energy surface)을 원형 형태로 변환하여 계산을 수행하였지만 점유된 밸리들의 분포에 등방성이 결여된 상황을 고려하지 못하였다. 그 결과,

a. Corresponding author: skc@inha.ac.kr

Hall 실험 시 평면에서 전계 방향의 선택에 따른 홀 인수의 변화를 간과하였다. 따라서 이 연구에서는 앞선 논문의 내용을 바탕으로 간접전이대를 갖는 2차원 소자구조에서 성장방향과 응력 조건에 따라 점유된 밸리들의 분포 형태가 홀 인수에 미치는 영향을 밝혀 내려 한다.

2. 실험 방법

2차원 구조의 소자에서 Hall 실험을 위해 성장방향으로 자계를 인가하고 \hat{i} -평면방향으로 전계를 가하는 상황으로 설정하였다. \hat{i} -평면방향으로 움직이는 전자는 자계로 인해 \hat{j} -평면방향으로 힘을 받게 되어 \hat{j} -평면방향의 전류의 발생 원인이 된다. 이 경우, 전류와 전계의 관계를 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} J_i \\ J_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{ii} & \sigma_{ij} \\ \sigma_{ji} & \sigma_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ E_j \end{bmatrix} \quad (1)$$

식 (1)에서 구한 전도도를 이용하여 홀 인수를 다음과 같이 표시할 수 있다 [4].

$$\gamma_H = \frac{e n_e \sigma_{ji}}{\sigma_{ii} \sigma_{jj} B_k} \quad (2)$$

e 는 전자의 전하량이고 n_e 은 전자의 농도이며, B_k 는 성장방향의 자계이다. 한편, 전도도는 평면방향의 전계와 성장방향의 자계가 가해진 상황에서 볼츠만 수송이론을 통해 얻을 수 있으며 그 표현식은 다음과 같다 [5].

$$\sigma_{ii} = \sum_s \left[- \int e^2 \tau (v_i^s)^2 \frac{\partial f_o}{\partial E} g_s(E) dE \right] \quad (3a)$$

$$\sigma_{ij} = \sum_s \left[B_k \int e^3 \tau^2 \{ (v_i^s)^2 \omega_{jj}^s - v_i^s v_j^s \omega_{ji}^s \} \frac{\partial f_o}{\partial E} g_s(E) dE \right] \quad (3b)$$

$$\sigma_{ji} = \sum_s \left[B_k \int e^3 \tau^2 \{ v_j^s v_i^s \omega_{ij}^s - (v_j^s)^2 \omega_{ii}^s \} \frac{\partial f_o}{\partial E} g_s(E) dE \right] \quad (3c)$$

$$\sigma_{jj} = \sum_s \left[- \int e^2 \tau (v_j^s)^2 \frac{\partial f_o}{\partial E} g_s(E) dE \right] \quad (3d)$$

s 는 점유된 밸리이며, τ 는 완화시간이며, f_o 는 평형 상태의 분포함수이고, g_s 는 2차원 상태밀도 함수이다.

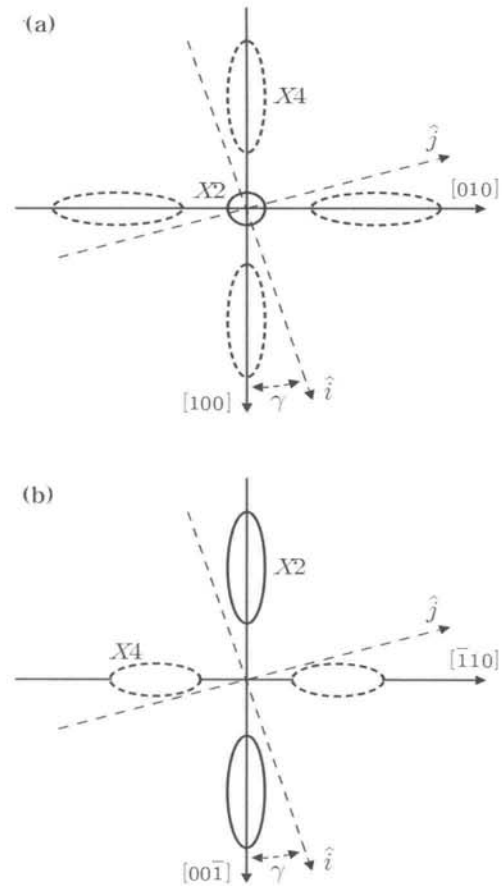


Fig. 1. Constant energy surfaces of X valleys for the growth in the (a) [001], (b) [110] direction.

\hat{p} -평면방향의 속도인 v_p 와 역 무게 텐서 (inverse mass tensor) 성분인 ω_{pq} 는 방향성을 띄고 있다. 2차원 구조에서 각 밸리에 의해서 만들어지는 subband 들은 모두 동일한 일정에너지 표면을 갖는다. 더구나 대부분의 전자는 가장 낮은 subband에 분포하고 있다는 사실을 감안하면 식 (2)에서 가장 낮은 subband 만 고려해도 무방하다.

식 (3)은 2차원 일정에너지 표면에 대해서 적분을 수행해야 하므로 성장방향에 따른 밸리들의 일정에너지 표면에 대한 분석이 우선 필요하다. 일정에너지 표면은 성장방향의 수직방향으로 밸리를 자른 단면도이다. 성장방향과 밸리의 방향이 같을 경우에는 일정에너지 표면은 원형이 되지만 성장방향과 밸리의 방향이 벌어질수록 일정에너지 표면인 타원형은 길어진다.

그림 1(a)는 [001] 성장방향의 2차원 일정에너지 표면을 보여준다. 샘플 평면의 \hat{i} 방향은 [100] 방향과 γ 각도 벌어져 있다고 설정하였다. 실선으로 표시된 원형 일정에너지 표면은 [001] 성장방향의 두 밸리이며 $X2$ 라 지칭하며, 점선으로 표시된 타원형 일정에너지 표면은 다른 네 개의 밸리로서 $X4$ 라 지칭한다. 응력이 없는 경우, 여섯 개의 밸리는 모두 동일한 에너지를 갖지만 성장방향으로의 무게가 클수록 낮은 subband를 갖게 되면서 점유된다. 반면, 응력이 있는 경우, 그 종류에 따라 $X2$ 또는 $X4$ 밸리만 점유된다. $X2$ 또는 $X4$ 밸리들이 평면상에서 isotropic하게 배열되어 있는 것을 볼 때, 평면방향 이동도는 등방성을 유지할 것이라고 예측할 수 있다.

그림 1(b)는 [110] 성장방향의 경우에 생기는 2차원 일정에너지 표면이다. 실선으로 표시된 $X2$ 밸리의 일정에너지 표면 크기는 [001] 성장방향에서 $X4$ 밸리의 그것과 동일하다. 반면, $X4$ 밸리는 [110] 방향과 $[\bar{1}10]$ 방향 사이에 있으므로 타원형의 크기는 작아지고 중심점은 이동한다. 응력 조건에 따라 점유된 $X2$ 또는 $X4$ 밸리들은 평면상에서 더 이상 isotropic하게 배열되어 있지 않다. 이러한 상황은 평면방향 이동도가 이방성을 갖게 되는 원인이 된다. 따라서 각 방향의 밸리에 의한 이동도 특성을 분석할 필요가 있다.

일정에너지 표면이 타원형인 경우, v_p 와 ω_{pq} 를 원형 일정에너지 표면에서 파수벡터의 함수로 변환시킨다. 변환된 결과를 식 (3)에 넣은 후에 원형 일정에너지 표면에 대한 적분을 수행하면 식 (3)의 전도도를 아래와 같이 변형시킬 수 있다 [5].

$$\sigma_{ii}^o = - \int e^2 \tau \frac{\partial f_o}{\partial E} E g_s(E) dE \quad (4a)$$

$$\sigma_{ij}^o = - B_k \int e^3 \tau^2 \frac{\partial f_o}{\partial E} E g_s(E) dE \quad (4b)$$

$$\sigma_{ii} = \sigma_{ii}^o \sum_s \kappa_{ii}^s / m_{ds} \quad (4c)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^o \sum_s \kappa_{ij}^s / m_{ds}^2 \quad (4d)$$

$$\sigma_{ji} = - \sigma_{ij}^o \sum_s \kappa_{ji}^s / m_{ds}^2 \quad (4e)$$

$$\sigma_{jj} = \sigma_{ii}^o \sum_s \kappa_{jj}^s / m_{ds} \quad (4f)$$

m_{ds} 는 2차원 밀도무게이며, κ_{pq}^s 는 타원형 일정에너지 표면에 기인한 전도도의 이방성을 대변하는 요소

Table 1. κ_{pq}^s of the conduction valley for various growth directions. ω_l and ω_t are the inverse of the longitudinal (m_l) and transverse (m_t) effective mass, respectively.

Growth direction	κ_{pq}^s
[001]	$\kappa_{ii}^{[100]} = \{\omega_l + \omega_t + (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 2$
	$\kappa_{jj}^{[100]} = \{\omega_l + \omega_t - (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 2$
	$\kappa_{ji}^{[100]} = \omega_l \omega_t$
	$\kappa_{ii}^{[010]} = \{\omega_l + \omega_t - (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 2$
	$\kappa_{jj}^{[010]} = \{\omega_l + \omega_t + (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 2$
	$\kappa_{ji}^{[010]} = \omega_l \omega_t$
[110]	$\kappa_{ii}^{[001]} = \omega_t$
	$\kappa_{jj}^{[001]} = \omega_l$
	$\kappa_{ji}^{[001]} = \omega_l^2$
	$\kappa_{ii}^{[100]} = \{\omega_l + 3\omega_t - (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 4$
	$\kappa_{jj}^{[100]} = \{\omega_l + 3\omega_t + (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 4$
	$\kappa_{ji}^{[100]} = \omega_l (\omega_l + \omega_t) / 2$
[110]	$\kappa_{ii}^{[010]} = \{\omega_l + 3\omega_t - (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 4$
	$\kappa_{jj}^{[010]} = \{\omega_l + 3\omega_t + (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 4$
	$\kappa_{ji}^{[010]} = \omega_l (\omega_l + \omega_t) / 2$
	$\kappa_{ii}^{[001]} = \{\omega_l + \omega_t + (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 2$
	$\kappa_{jj}^{[001]} = \{\omega_l + \omega_t - (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 2$
	$\kappa_{ji}^{[001]} = \omega_l \omega_t$
[111]	$\kappa_{ii}^{[100]} = \{2\omega_l + 4\omega_t - (\omega_l - \omega_t) (\cos 2\gamma + \sqrt{3} \sin 2\gamma)\} / 6$
	$\kappa_{jj}^{[100]} = \{2\omega_l + 4\omega_t + (\omega_l - \omega_t) (\cos 2\gamma + \sqrt{3} \sin 2\gamma)\} / 6$
	$\kappa_{ji}^{[100]} = \omega_l (2\omega_l + \omega_t) / 3$
	$\kappa_{ii}^{[010]} = \{2\omega_l + 4\omega_t - (\omega_l - \omega_t) (\cos 2\gamma - \sqrt{3} \sin 2\gamma)\} / 6$
	$\kappa_{jj}^{[010]} = \{2\omega_l + 4\omega_t + (\omega_l - \omega_t) (\cos 2\gamma - \sqrt{3} \sin 2\gamma)\} / 6$
	$\kappa_{ji}^{[010]} = \omega_l (2\omega_l + \omega_t) / 3$
[111]	$\kappa_{ii}^{[001]} = \{\omega_l + 2\omega_t + (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 3$
	$\kappa_{jj}^{[001]} = \{\omega_l + 2\omega_t - (\omega_l - \omega_t) \cos 2\gamma\} / 3$
	$\kappa_{ji}^{[001]} = \omega_l (2\omega_l + \omega_t) / 3$

이다. 성장방향에 따른 각 밸리의 κ_{pq}^s 는 표 1에 수록되어 있다. 식 (4)의 전도도를 식 (2)에 적용하여 홀인수를 아래와 같이 분리하여 쓸 수 있다.

$$\gamma_H = \gamma_H^0 \times \gamma_m \tag{5a}$$

$$\gamma_H^0 = \frac{e n_c^0 \sigma_{ji}^0}{\sigma_{ii}^0 \sigma_{jj}^0 B_k} \tag{5b}$$

$$\gamma_m = \frac{N_s \sum_s \kappa_{ji}^s}{\left\{ \sum_s \kappa_{ii}^s \right\} \left\{ \sum_s \kappa_{jj}^s \right\}} \tag{5c}$$

n_c^0 는 한 개의 밸리에 있는 전자의 농도이며, N_s 는 점유된 밸리의 숫자이다.

식 (4)에서 σ_{pq}^0 는 방향성이 배제되어 있으므로 일정 에너지 표면을 원 형태로 변환하여 얻어진 γ_H^0 는 산란 현상에만 의존한다고 볼 수 있다. 각 산란에서 완화 시간은 전자의 이동 횟수 (transition rate)에 역비례하고, 그 이동 횟수는 주로 방향성이 없는 상태밀도 함수에 의해서 결정된다. 이때, 주요 산란현상의 완화 시간이 에너지의 함수로 표시될 경우 ($\tau^{-1} \sim E^c$), γ_H^0 는 다음과 같이 간략하게 된다 [5].

$$\gamma_H^0 = \frac{(1-2\zeta)!}{\{(1-\zeta)!\}^2} \tag{6}$$

한편, 식 (5c)에서 보듯이, γ_m 은 점유된 밸리들의 κ_{pq}^s 로 표시된다. κ_{pq}^s 가 m_l 과 m_t 의 함수인 걸 감안한다면, γ_H^0 는 일정에너지 표면이 원형일 때 해당하는 홀 인수이고, γ_m 은 실제 일정에너지 표면이 타원형이기에 추가로 발생하는 것이라 볼 수 있다.

3. 결과 및 고찰

응력을 겪지 않는 경우, 성장방향 쪽에 가까운 밸리일수록 그 방향의 무게가 더 크므로 낮은 에너지의 subband를 갖게 된다. 한편, 평면방향의 팽창응력은 성장방향에 가까운 밸리의 에너지를 하락시키지만 평면방향의 압축응력은 오히려 성장방향에 가까운 밸리의 에너지를 하락시킨다. 따라서 채널이 응력을 겪지 않거나 팽창응력을 겪는 경우에는 성장방향에 가장 가까운 밸리들이 점유되고, 압축응력을 겪는 경우엔 그 반대의 결과를 초래한다. 이와 같이 성장방향과 응력조건에 따른 점유된 밸리를 결정할 수 있으며, 점유된 밸리들의 κ_{pq}^s 를 표 1에서 선택하여 γ_m 을 구할 수 있다.

Table 2. γ_m in the quantum well structure with indirect X conduction valleys. K is the ratio of the longitudinal effective mass to the transverse one.

In-plane strain	Growth direction	Occupied valley	γ_m
Relaxed or Tensile strained	[001]	X2	1
	[110]	X4	$\frac{8K(K+1)}{(3K+1)^2 - (K-1)^2 \cos^2 2\gamma}$
	[111]	X6	$\frac{3K(K+2)}{(2K+1)^2}$
Compressive strained	[001]	X4	$\frac{4K}{(K+1)^2}$
	[110]	X2	$\frac{4K}{(K+1)^2 - (K-1)^2 \cos^2 2\gamma}$
	[111]	X6	$\frac{3K(K+2)}{(2K+1)^2}$

표 2는 성장방향과 응력조건에 따라 점유된 X 밸리들에 의한 γ_m 계산 값을 보여 준다. 방향성 무게 m_l 와 m_t 의 비인 K 에 의존한다. X2는 [001] 방향의 2개 밸리이고, X4는 [001] 방향을 제외한 나머지 4개 밸리이며, X6는 모든 6개 밸리를 의미한다.

[001] 성장방향의 경우, 채널이 팽창응력을 받는 경우에 점유되는 X2 밸리는 그림 1(a)에서 보듯이 원형의 일정에너지 표면을 갖는다. 원형의 일정에너지 표면에선 이동도는 등방성의 성질을 갖게 되어 γ_m 이 1이 되는 이유가 된다. 반면, 채널이 압축응력을 받을 경우에 점유되는 X4 밸리의 일정에너지 표면은 타원형이다. 이 경우, ω_{ij} 는 더 이상 0이 아니므로 이동도의 등방성이 결여된다. 따라서 γ_m 은 방향성 무게인 m_l 와 m_t 에 의존한다.

[110] 성장방향의 경우에 응력조건에 따라 점유되는 밸리는 [001] 성장방향의 경우와 반대이다. 이때, 밸리의 일정에너지 표면은 항상 타원형이며, 점유되는 밸리의 분포는 평면상에서 더 이상 등방성을 유지하지 않는다. 이 때문에 γ_m 은 \hat{i} -평면방향과 $[00\bar{1}]$ 방향과의 사이각의 함수로 표시된다. 이 결과는 샘플 평면에서 전계를 가하는 방향에 따라 γ_m 이 달라질 수 있음을 의미한다.

[111] 성장방향의 경우, 6개의 X 밸리들은 성장방향과 모두 동일한 각도를 유지하므로 응력의 유무나 종류에 상관없이 6개의 X 밸리들은 동일 에너지를 갖게 된다. 이때, 밸리의 일정에너지 표면은 모두 동일한 타원형이며 그 분포는 등방성을 유지한다. 따라서 γ_m 도 등방성의 값을 갖는다.

Table 3. γ_m in the quantum well structure with indirect L conduction valleys. K is the ratio of the longitudinal effective mass to the transverse one.

In-plane strain	Growth direction	Occupied valley	γ_m
Relaxed or tensile strained	[001]	$L4$	$\frac{3K(K+2)}{(2K+1)^2}$
	[110]	$L2$	$\frac{12K(2K+1)}{(5K+1)^2 - (K-1)^2 \cos^2 2\gamma}$
	[111]	$L1$	1
Compressive strained	[001]	$L4$	$\frac{3K(K+2)}{(2K+1)^2}$
	[110]	$L2'$	$\frac{36K}{4(K+1)^2 - (K-1)^2 \cos^2 2\gamma}$
	[111]	$L3$	$\frac{9K(K+8)}{(5K+4)^2}$

이종접합구조에서는 간접천이대가 L 방향에 있는 경우도 발생할 수 있다. 이 같은 상황을 위해서 성장 방향과 응력조건에 따라 점유된 L 밸리들에 의한 γ_m 계산 값을 표 3에 추가하였다. $L1$ 은 [111] 방향의 밸리를 지칭하고, $L3$ 은 [111] 방향을 제외한 나머지 3개 방향의 밸리를 지칭하며, $L4$ 는 4개의 모든 밸리를 의미한다. $L2$ 가 [111] 및 $[11\bar{1}]$ 방향의 2개 밸리를 지칭하는 반면 $L2'$ 는 다른 2개 밸리를 지칭한다.

[001] 또는 [111] 성장방향의 경우에는 점유되는 밸리들의 2차원 일정에너지 표면의 분포가 등방성을 유지한다. 반면 [110] 성장방향의 경우에 점유되는 $L2$ 또는 $L2'$ 밸리들의 2차원 일정에너지 표면의 분포는 등방성이 결여된다. 이 경우, 간접천이대가 X 방향에 있는 경우와 마찬가지로 γ_m 은 샘플 평면에서 \hat{i} 방향의 설정에 따라 변하게 된다.

4. 결론

간접천이대를 갖는 양자우물 구조에서 점유된 밸리들의 일정에너지 표면과 그 분포 상황을 고려하여 홀 인수를 구하였다.

밸리들의 일정에너지 표면이 타원형으로 기인한 부분을 분리하였으며, 성장방향에 따른 각 밸리들의 영향을 방향성 무계인 m_l 와 m_t 의 함수로 표에 수록하였으며, 성장방향과 응력조건에 따라 점유되는 밸리들에 의한 γ_m 을 구하였다. 점유된 밸리들에 의한 2차원 일정에너지 표면의 분포형태가 등방성을 유지할 경우에 γ_m 은 샘플 평면에서 전계를 가하는 방향의 설정과 상관없다. [110] 성장방향의 경우에는 점유되는 X 또는 L 밸리들의 분포가 평면상에서 등방성이 결여되므로 γ_m 은 샘플 평면에서 전계를 가하는 방향에 따라 달라진다. 본 연구는 X 또는 L 방향의 간접천이대를 갖는 반도체에 적용시킬 수 있다.

감사의 글

이 논문은 인하대학교의 지원에 의하여 연구되었음.

REFERENCES

- [1] E.P.D. Poortere, Y. P. Shkolnikov, and M. Shayegan, *Physica E*, 13, 646 (2002).
- [2] S. F. Nelson, K. Ismail, J. O. Chu, and B. S. Meyerson, *Appl. Phys. Lett.*, 63, 367 (1993).
- [3] K. Sawano, A. Fukumoto, Y. Hoshi, Y. Shiraki, J. Yamanaka, and K. Nakagawa, *Appl. Phys. Lett.*, 90, 202101 (2007).
- [4] S. K. Chun, *J. Korean Phys. Soc.*, 42, 129 (2003).
- [5] J. C. Lee and S. K. Chun, *J. KIEEME*, 26, 421 (2013).